

10. Koeficient difúzie

(Peter Maták)

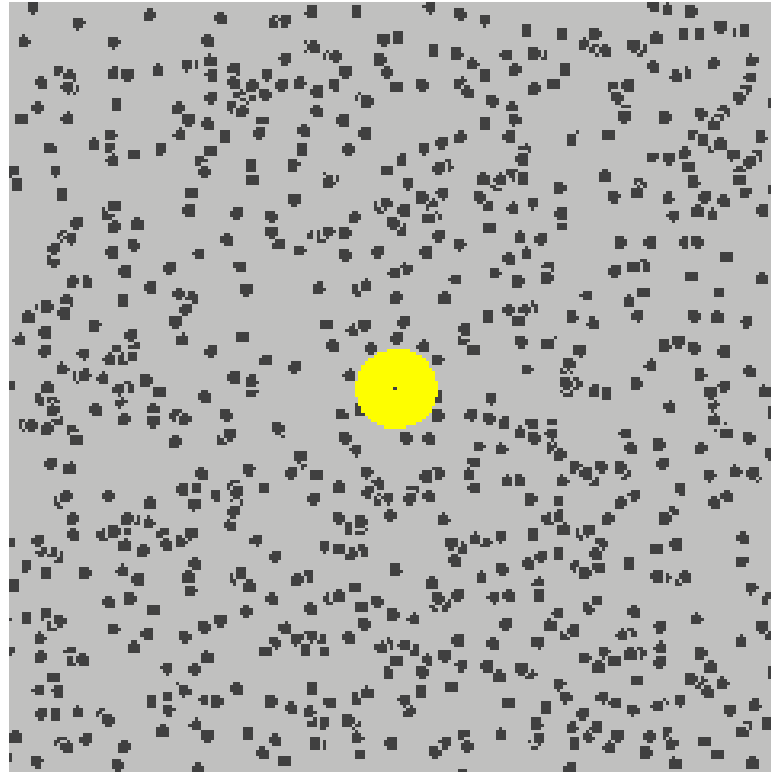


Turnaj Mladých Fyzikov 2013/2014

Zadanie:

Pomocou mikroskopu pozorujte Brownov pohyb častice rádovo mikrometrických rozmerov. Preskúmajte, ako závisí koeficient difúzie od veľkosti a tvaru častice.

Brownov pohyb - teória



(http://en.wikipedia.org/wiki/File:Brownian_motion_large.gif)

Ako vzniká?

Častica je neustále bombardovaná molekulami média (napr. vody).

Kinetická energia molekúl: $\frac{1}{2} m \langle \vec{v}^2 \rangle \propto T$

⇒ zmes v tepelnej rovnováhe:

$$\frac{1}{2} m_1 \langle \vec{v}_1^2 \rangle = \frac{1}{2} m_2 \langle \vec{v}_2^2 \rangle$$

...vo vode

$$T = 300 \text{ K}, m_{\text{H}_2\text{O}} \approx 3 \times 10^{-26} \text{ kg}: \sqrt{\langle \vec{v}^2 \rangle}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 650 \text{ m/s}$$

Častica veľkosti $1 \mu\text{m}$ s hustotou 1 g/cm^3 :

$$\sqrt{\langle \vec{v}^2 \rangle}_{\text{častica}} \approx 7 \text{ cm/s}$$

O strednej hodnote...

Existujú prinajmenšom dva významy slov „stredná hodnota“ - $\langle \dots \rangle$

1. priemerovanie pohybu viacerých (rovnakých!) častíc
2. opakované pozorovanie tej istej častice

Pohyb častice - náhodná prechádzka

nárazy molekúl

odpor prostredia

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{Brown}} - \vec{v}/\mu$$

pohyblivosť

Feynmanove prednášky (I., 41.4):

$$\langle \vec{r}^2 \rangle = 6\mu k_B T \times t$$

Prečo $\langle \vec{r}^2 \rangle \propto t$?

Predstavme si fotografie častice zhotovené s časovými rozostupmi 0,01 s.

Polohový vektor častice na N -tej fotke:

$$\vec{r}_N$$

Posunutie medzi dvoma zábermi:

$$\vec{\Delta}_N = \vec{r}_{N+1} - \vec{r}_N, \vec{r}_1 = \vec{0}$$

Náhodné kráčané nemá preferovaný smer,
takže pre stredné hodnoty:

$$\langle \vec{r}_N \rangle = \vec{r}_1, \quad \langle \vec{\Delta}_N \rangle = \vec{0}$$

Ale

$$\vec{r}_{N+1}^2 = \vec{r}_N^2 + 2\vec{r}_N \cdot \vec{\Delta}_N + \Delta_N^2$$

$$\langle \vec{r}_{N+1}^2 \rangle = \langle \vec{r}_N^2 \rangle + \langle 2\vec{r}_N \cdot \vec{\Delta}_N \rangle + \langle \Delta_N^2 \rangle$$

0




$$\langle \Delta_N^2 \rangle \text{ nezávisí od } N! \Rightarrow \langle \vec{r}_{N+1}^2 \rangle = N \langle \Delta^2 \rangle \propto t$$

Difúzia

- Feynmanove prednášky (I., kap. 43)
- nerovnomerne rozmiestnené častice - snaha o vyrovnanie koncentrácií

tok častíc = $-D$ × rast koncentrácie

 koeficient difúzie

- Einstein, Smoluchowski (1906): $D = \mu k_B T$

!!!Pozor!!!

Vo Feynmanových prednáškach

μ v kap. 41 (koef. odp. sily)

=

μ^{-1} z kap. 43 (pohyblivosť)

Brownov pohyb - pozorovanie



Pomocou mikroskopu...

...pozorujte Brownov pohyb... Ale aj video by sa zišlo natočiť. Ak nemáte mikroskop na ktorý viete dať kameru, prvý krok k pozorovaniu je:

Infiltrácia do inštitúcie s vhodným mikroskopom:
FMFI UK, PRIF UK, SAV,
súkromý sektor (farmaceutické spoločnosti:-),...

Brownov pohyb čoho?

- atrament: 0,1 - 2 μm
- červené krvinky: 7 μm
- „koloidné striebro“: 0,001 - 0,5 μm
(www.koloid.sk, Pozor - stránka venovaná alternatívnej medicíne!!!)
- špinavá voda alebo rôzne (www.nanograde.ch)

Brownov pohyb v čom?

- voda
- acetón, benzén, ...

„Kalibrácia“

Aká je veľkosť pohybujúcich sa častíc???

Zrejme treba **vymysliet' spôsob** ako vzdialenosti na monitore (pri analýze videa) zodpovedá skutočná mikroskopická vzdialenosť.

Meranie $\langle \vec{r}^2 \rangle = 6 D \times t$

1. **Akú strednú hodnotu** vieme odmerať - priemer cez viacero častíc, alebo viacero pozorovaní tej istej častice?
2. **!!!Pozor!!!** - koeficient „6“ platí ak vieme merať strednú hodnotu **v troch rozmeroch**. Aký vzťah treba použiť na určenie D pozorovaním cez mikroskop?
(pomôcka: $\langle a+b \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle$)

3. **Akou chybou** je zat'ážená nami odměraná hodnota D ?!
(<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>)

Zaujímavé otázky

- Pre guľové častice s polomerom R by sme mali dostať Stokesov vzťah $1/\mu = 6\pi R\eta$ (η - viskozita). Je to tak? Platí $D \propto 1/R$?
- Aká je závislosť D na teplote? Teoreticky by malo platiť $D = \mu k_B T \dots$

Literatúra

- youtube: Physics of Life - Brownian Motion and Brownian Motors - **vel'mi pekné a k veci!**
- wikipedia: Brown motion, Diffusion, ...
- Feynmanove prednášky I.
- <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf> (!!!)